

1. [1.2] Να απεικονίσετε στο μιγαδικό επίπεδο τα σημεία που αντιστοιχούν στους μιγαδικούς αριθμούς z οι οποίοι ικανοποιούν τη σχέση $1 - \sqrt{3}i = z^6$.
2. [1.2] Έστω f μια άκεραία συνάρτηση. Να αποδείξετε ότι, αν το μέτρο της f είναι σταθερό, τότε αυτή είναι σταθερή.
3. [1.2] Να εξετάσετε αν ισχύει η παρακάτω πρόταση:

$$\exists M > 0, n \in \mathbb{N} : |z + \sin(z)| \leq M|z|^n \text{ για κάθε } z \in \mathbb{C}.$$

4. [1.2] α) Να δώσετε μια παραμετρική παράσταση της τεθλασμένης καμπύλης με κορυφές τα σημεία $1, 1 + i, i, 0$.

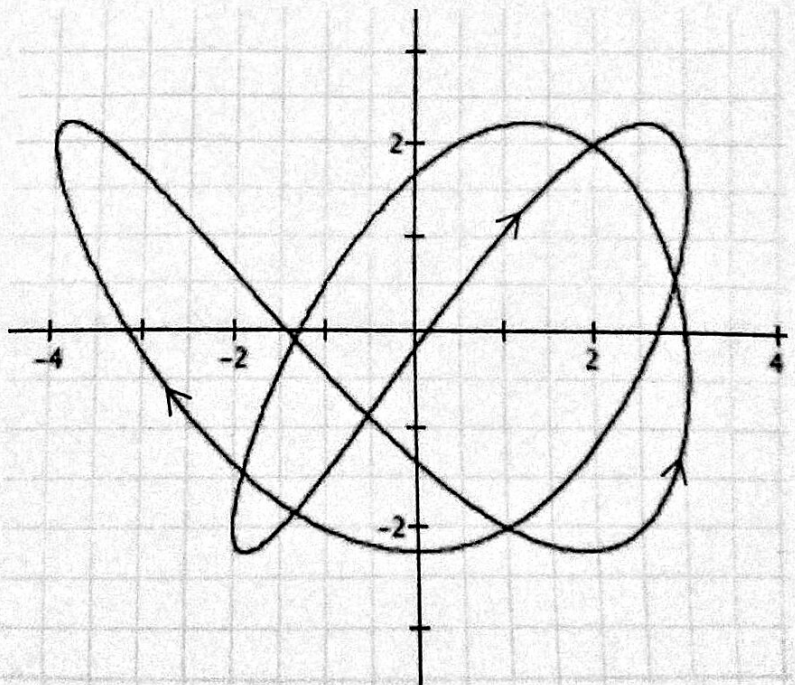
[1.2] β) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_{\gamma} \left[\frac{1}{|z+1|^2} + z - \sin(z) \right] dz$, όπου γ είναι καμπύλη που δίνεται στο ερώτημα (α).

5. [1.2] Έστω $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n z^n$ το ανάπτυγμα σε σειρά Laurent με κέντρο το σημείο 0 στον δακτύλιο $\Delta(0, 1, +\infty)$ της συνάρτησης με τύπο $f(z) := \frac{e^{1-z}}{z+i}$. Να υπολογίσετε τον σταθερό όρο της σειράς, δηλαδή τον όρο b_0 .

6. [1.4] Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_{\gamma} \frac{e^z}{z^4 - 3z^2 - 4} dz,$$

όπου γ είναι η καμπύλη του παρακάτω σχήματος:



7. [1.4] Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^3(x^2+4)}$.